Farhangian University

Theory and Practice in Teachers Education

Print ISSN: 2645-7156
Online ISSN: 2645-7717

Analyzing the Knowledge of Elementary School Teachers and Student-Teachers in Tehran about the Concept of Angle and the Sources of Its Conceptualization

Sepideh Norouzi [1]✉, **Zohre Pandi** [2], and **Mahdi Namdari Pejman** [3]

1. *Corresponding author,* Department of Educational Sciences, Farhangian University, Tehran, Iran. E-mail: Sepideh.b.noruzi@cfu.ac.ir
2. Researcher in Mathematics Education, Mofid Educational Complex, Tehran, Iran. E-mail: zohrepandi@gmail.com
3. Department of Educational Administration, Farhangian University, Tehran, Iran. E-mail: m.namdari@cfu.ac.ir

Article type:
Research Article

Received: 2024/09/03
Reviewed: 2025/02/15
Accepted: 2025/03/04
Published Online: 2026/11/05
Pages: 313-347

ABSTRACT

Background and Objectives: Angle is a multi-dimensional concept, and depending on the context, certain aspects of it become more prominent. To understand this concept correctly, teachers must, as a first step, possess an accurate and multi-dimensional understanding of it. The present study aims to investigate the level of knowledge of teachers and student-teachers regarding the concept of angle and the sources from which this concept is formed for them. **Methods:** The present study is descriptive in nature. A quantitative method was employed to address the first research question, and a qualitative method was used to address the second research question. From among the definitions and interpretations presented in the scholarly literature, angle as a geometric shape, rotation or turn, the magnitude of rotation or the magnitude of turn, intersection, corner or sharp corner, region, distance, slope, and bend were selected. In the next step, the level of awareness of teachers and student-teachers concerning the aforementioned definitions was identified. For this purpose, 132 participants, including 83 teachers and 49 student-teachers, were selected through convenience sampling as the participants of the study. They were asked to report any definition they knew regarding the concept of angle. Furthermore, all official sources shaping the definitions of angle—including elementary school mathematics textbooks, the teacher's guide, and the main references introduced in accordance with the syllabi of Farhangian University—were collected and examined by experts. **Findings:** The analysis of the responses obtained from teachers and student-teachers revealed that, among the interpretations of angle, "intersection," "geometric shape," and "corner" received the greatest attention, while other interpretations did not receive sufficient attention. Moreover, the findings indicated that teachers and student-teachers do not possess a holistic view of the concept of angle. The examination of the official texts used for learning the concept of angle suggests that the content employed in the learning resources has indirectly attended to the interpretations of angle as "geometric shape," "corner," "region," "rotation," and "intersection," which may account for teachers' limited understanding.**Conclusion:** Given the undeniable influence of textbooks and teacher education programs on teachers' knowledge and professional competence, it is recommended that the thematic scope and the content presented in mathematics textbooks be revised in order to foster a holistic understanding of the concept of angle.

Keywords:
Content Knowledge
Mathematics Education
Teachers
Textbooks
Concept of Angle
Elementary Education

Cite this Article: Norouzi, S., Pandi, Z., & Namdari Pejman, M. (2026). Analyzing the Knowledge of Elementary School Teachers and Student-Teachers in Tehran about the Concept of Angle and the Sources of Its Conceptualization. *The Journal of Theory and Practice in Teachers Education*, *12*(22), 313-347. https://doi.org/10.48310/itt.2025.17127.992

© the authors
Publisher: Farhangian University

Homepage: https://itt.cfu.ac.ir/

Homepage: https://itt.cfu.ac.ir/

EXTENDED ABSTRACT

Introduction

Angle is a multidimensional geometric concept whose different aspects become salient in different contexts. To develop students' understanding of angle, elementary school teachers need accurate and comprehensive content knowledge. Teachers' professional knowledge is shaped in part by formal sources, including textbooks, teacher guides, in-service training, and teacher-education programs. Examining both teachers' knowledge and the official resources through which that knowledge is formed can help identify gaps in mathematics education. Accordingly, this study investigated elementary school teachers' and student-teachers' knowledge of the concept of angle in Tehran and examined how official educational resources present this concept.

Research Questions

This study addressed two questions: (1) Which definitions or interpretations of angle are familiar to elementary school teachers and student-teachers? (2) Which definitions or interpretations of angle are presented in official educational resources intended for these groups?

Literature Review

Angle is a multidimensional geometric concept that has been described in several ways, including as a geometric shape, rotation, magnitude of rotation, intersection, corner or sharp corner, region, distance, slope, and bend (Bustang et al., 2013; Henderson & Taimina, 2005; Mitchelmore & White, 1998, 2000; Davey & Pegg, 1991). Although these interpretations are compatible, learners may find it difficult to connect them, particularly static interpretations with dynamic ones such as rotation (Mitchelmore & White, 2000; Hajar et al., 2023; Moore-Russo et al., 2011). A sound understanding of angle therefore requires more than recognizing its name: learners need to consider its properties, build meaningful connections, and encounter varied conceptual and practical experiences (Özerem, 2012; Lindquist & Clements,

2001; Sarı et al., 2021). Teachers' content knowledge is important to this process. Previous studies have identified gaps in teachers' and prospective teachers' understanding of angle and have highlighted the role of instructional materials in shaping that understanding (Wu et al., 2013; Yazgan et al., 2009; Çağlayan & Çağlayan, 2013). The present study addresses this issue in the Iranian context by examining both teachers' knowledge and the official resources available to them.

Methodology

The study was applied in purpose and used a mixed-methods design with an embedded approach. Quantitative data were used to address the first research question, while qualitative analysis addressed the second. The participants were 132 people from Tehran: 83 elementary school teachers and 49 student-teachers, selected through convenience sampling. Because angle is introduced in Grades 3 and 4, the teacher sample initially focused on teachers of these grades. Participants completed an open-ended questionnaire in which they were asked to provide the definitions of angle they knew, together with relevant examples or explanations. Responses were analyzed using nine interpretations derived from the literature: geometric shape, rotation, magnitude of rotation, intersection, corner or sharp corner, region, distance, slope, and bend. Content and face validity were reviewed by a curriculum specialist, a mathematics education specialist, and two elementary mathematics teachers. For interpretive validity, 26 participants (20% of the sample) reviewed the researchers' interpretations, and all confirmed them. Inter-coder reliability, calculated using Holsti's method, was 0.84; test–retest reliability with 30 teachers after one week was 0.89. To answer the second question, definitions and presentations of angle were collected from elementary mathematics textbooks, teacher guides, and key resources aligned with Farhangian University syllabi. A panel of three mathematics education specialists and four mathematics specialists reviewed these materials. An interpretation was accepted when at least four experts rated it positively.

Homepage: https://itt.cfu.ac.ir/

Results

Among the interpretations identified in participants' responses, "intersection" accounted for 38.93%, "geometric shape" for 30.15%, and "corner" for 14.12%. The remaining reported categories were "region" (7.63%), no definition provided (4.20%), "distance" (2.67%), "rotation" (1.46%), and "magnitude of rotation" (0.76%); no participant referred to "slope." Three teachers and eight student-teachers did not provide a mathematical definition. Among teachers, the most frequently reported interpretations were intersection (81%), geometric shape (66%), and corner (33%). Among student-teachers, the corresponding figures were 69%, 49%, and 20%. Overall, both groups emphasized static and shape-related interpretations and demonstrated no holistic understanding of the concept. The review of official resources found that angle was presented—often implicitly—as a geometric shape, intersection, rotation, region, or corner. Some materials, including parts of the Grade 4 teacher guide and Farhangian University resources, did not provide an explicit definition. In the Grade 3 textbook, a shaded enclosed region was presented as an angle, potentially emphasizing the interpretation of angle as a region without sufficient explanation. Overall, the reviewed resources did not adequately cover all nine interpretations or provide sufficient examples and non-examples.

Discussion

The findings indicate that teachers' and student-teachers' knowledge of angle is limited and uneven. The prominence of intersection, geometric shape, and corner is consistent with the emphasis on static representations in some official learning materials, whereas dynamic interpretations—particularly rotation and magnitude of rotation—and less frequently reported interpretations received little attention. The implicit and incomplete treatment of angle in official resources may be one factor contributing to this pattern; however, the study does not establish a causal relationship. The findings are consistent with previous research documenting fragmented understandings of angle among teachers and prospective teachers. Because teachers' content

Homepage: https://itt.cfu.ac.ir/

knowledge informs classroom instruction, textbooks and teacher guides should present multiple interpretations explicitly and coherently. Teacher-education and in-service programs should also support teachers in comparing these interpretations and using appropriate examples and non-examples.

Conclusion

Elementary school teachers and student-teachers in Tehran showed limited and uneven knowledge of angle, with a strong emphasis on intersection, geometric shape, and corner and comparatively little attention to other interpretations. Official educational resources also presented a limited range of interpretations, often implicitly. The findings support reviewing the content and scope of angle in elementary mathematics textbooks and teacher guides to foster a more comprehensive understanding. Farhangian University and in-service programs should explicitly address the different interpretations of angle and help teachers connect them. Further research using larger, randomly selected samples, qualitative interviews, and classroom observations is needed to investigate how teachers' knowledge of angle develops and how it affects students' learning.

Homepage: https://itt.cfu.ac.ir/

Ethical Considerations

Adherence to Research Ethics Principles

The authors have observed all ethical principles in conducting and publishing this scientific research, and this is confirmed by all of them.

Author Contributions

"Conceptualization, Norouzi.Sepideh. and Pandi.Zohre.; methodology, Norouzi.Sepideh and Namdari Pejman.Mahdi.; validation, Norouzi.Sepideh., Pandi.Zohre. and Namdari Pejman.Mahdi.; formal analysis, Norouzi.Sepideh. and Pandi.Zohre.; investigation, Norouzi.Sepideh., Pandi.Zohre. and Namdari Pejman.Mahdi.; resources, Norouzi.Sepideh and Namdari Pejman.Mahdi.; data curation, Norouzi.Sepideh., Pandi.Zohre. and Namdari Pejman.Mahdi.; writing—original draft preparation, Norouzi.Sepideh.; writing—review and editing, Norouzi.Sepideh and Namdari Pejman.Mahdi.; visualization, Norouzi.Sepideh. and Pandi.Zohre.; supervision, Norouzi.Sepideh.; project administration, Norouzi.Sepideh .

All authors have read and agreed to the published version of the manuscript."

Data Availability Statement

Data available on request from the authors.

Declaration of Generative AI and AI-Assisted Technologies in the Writing Process

Statement :

Artificial intelligence was used in the translation of the extended abstract of this article into English.

Conflict of Interest

"The authors declare no conflict of interest."

Acknowledgements

The authors would like to thank all participants in the present study.

Funding

This research did not receive any specific grant from funding agencies in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

Homepage: https://itt.cfu.ac.ir/

نظریه و عمل در تربیت معلمان

شاپا چاپی: ۷۱۵۶-۲۶۴۵
شاپا الکترونیکی: ۷۷۱۷-۲۶۴۵

واکاوی دانش معلمان و دانشجومعلمان دورهٔ ابتدایی شهر تهران در ارتباط با مفهوم زاویه و منابع شکل‌گیری آن

سپیده نوروزی [۱]✉، زهره پندی [۲]، و مهدی نامداری پژمان [۳]

۱. *نویسنده مسئول*، گروه علوم تربیتی، دانشگاه فرهنگیان، تهران، ایران. رایانامه: Sepideh.b.noruzi@cfu.ac.ir
۲. پژوهشگر گروه آموزش ریاضی، مجتمع آموزشی مفید، تهران، ایران. رایانامه: zohrepandi@gmail.com
۳. گروه مدیریت آموزشی، دانشگاه فرهنگیان، تهران، ایران. رایانامه: m.namdari@cfu.ac.ir

چکیده

پیشینه و اهداف: زاویه مفهومی چندبعدی است که بسته به موقعیت، جنبه‌هایی از آن پررنگ‌تر می‌شود. برای درک صحیح این مفهوم، لازم است در گام اول، معلمان از فهم درست و چندبعدی برخوردار باشند. هدف پژوهش حاضر بررسی میزان آگاهی معلمان و دانشجومعلمان در مورد مفهوم زاویه و منابع شکل‌گیری این مفهوم است. **روش‌ها:** پژوهش حاضر از نوع توصیفی است. برای پاسخگویی به پرسش اول از روش کمی و پرسش دوم از روش کیفی استفاده شد. از میان تعاریف و تعابیر ارائه شده در متون علمی، زاویه به‌عنوان شکل هندسی، دوران یا چرخش، اندازه دوران یا اندازه چرخش، تلاقی، گوشه یا گوشه نوک‌تیز، ناحیه، فاصله، شیب و خمیدگی انتخاب شدند. در گام بعد، اقدام به شناسایی سطح آگاهی معلمان و دانشجومعلمان نسبت به تعاریف مذکور شد. به این منظور ۱۳۲ نفر، شامل ۸۳ معلم و ۴۹ دانشجومعلم با استفاده از نمونه‌گیری در دسترس به‌عنوان مشارکت‌کنندگان پژوهش انتخاب شدند. از آن‌ها خواسته شد تا هر تعریفی که در مورد مفهوم زاویه می‌دانند را گزارش دهند. همچنین، کلیهٔ منابع رسمی شکل‌گیری تعاریف زاویه که شامل کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی، راهنمای معلم و منابع اصلیِ معرفی‌شده منطبق بر سرفصل‌های دانشگاه فرهنگیان گردآوری است توسط صاحب‌نظران بررسی شدند. **یافته‌ها:** تحلیل پاسخ‌های به‌دست‌آمده نشان داد در میان تعابیر زاویه، «تلاقی»، «شکل هندسی» و «گوشه» بیشترین میزان توجه را به خود اختصاص دادند و سایر تعابیر از توجه کافی برخوردار نبودند. به‌علاوه، یافته‌ها نشان‌دهنده عدم برخورداری معلمان و دانشجومعلمان از نگاه کل‌نگر در ارتباط با مفهوم زاویه بود. بررسی متون رسمی مورداستفاده برای یادگیری مفهوم زاویه حاکی از این موضوع است که محتوای مورداستفاده در منابع یادگیری به‌طور غیرمستقیم به تعابیر زاویه به‌عنوان «شکل هندسی»، «گوشه»، «ناحیه»، «دوران» و «تلاقی» توجه کرده‌اند که می‌تواند دلیلی بر درک محدود معلمان باشد. **نتیجه‌گیری:** باتوجه‌به تأثیر انکارناپذیر کتاب‌های درسی و دورهٔ تربیت معلم بر دانش و صلاحیت حرفه‌ای معلمان، پیشنهاد می‌شود، دامنهٔ موضوعی و محتوای ارائه شده در کتاب‌های درسی ریاضی در برای شکل‌گیری درک کل‌نگر در ارتباط با مفهوم زاویه موردبازنگری قرار گیرد.

نوع مقاله: پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۶/۱۳
تاریخ بازنگری: ۱۴۰۳/۱۱/۲۷
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۱۲/۱۴
تاریخ انتشار آنلاین: ۱۴۰۵/۰۸/۱۵
شماره صفحات: ۳۱۳-۳۴۷

واژه‌های کلیدی:
آموزش ابتدایی
آموزش ریاضی
دانش محتوایی
کتاب‌های درسی
مفهوم زاویه
معلمان.

استناد به این مقاله: نوروزی، سپیده. پندی، زهره، و نامداری پژمان، مهدی. (۱۴۰۵). واکاوی دانش معلمان و دانشجومعلمان دورهٔ ابتدایی شهر تهران در ارتباط با مفهوم زاویه و منابع شکل‌گیری آن. *نظریه و عمل در تربیت معلمان*، ۱۲(۲۲)، ۳۱۳-۳۴۷. https://doi.org/10.48310/itt.2025.17127.992

© نویسندگان
ناشر: دانشگاه فرهنگیان

مقدمه

آموزش یکی از جنبه‌های اساسی زندگی انسان است (Harefa, et al., 2023). یکی از شقوق آموزش رسمی، آموزش ارائه‌شده در مدارس، به‌خصوص در سال‌های آغازین آموزش رسمی و در دورهٔ ابتدایی است. مدارس ابتدایی مکانی است که دانش‌آموزان و معلمان برای انجام فعالیت های یادگیری گرد هم می‌آیند تا نتایج یا دستاوردهای یادگیری را رقم بزنند (Isroani et al., 2022). در این میان، معلمان به‌عنوان راهبران یادگیری نقشی کلیدی بر عهده دارند. به عبارتی، شانس بالندگی دانش‌آموزانی که از همراهی معلمان باکیفیت و صلاحیت حرفه‌ای برخوردارند، بیشتر از سایرین است (Warren, 2021). صلاحیت حرفه‌ای معلم شامل ابعاد مختلفی مانند دانش، مهارت، توانایی حل مسئله، همدلی، توانایی‌های شناختی و... است (Alisherovna & Tokhirjonkyzy, 2020).

همان‌طور که اشاره شد یکی از مؤلفه‌های صلاحیت حرفه‌ای، دانش محتوایی است. می‌توان گفت، برخورداری از دانش تخصصی صحیح، کافی و به‌روز در حوزه‌هایی مانند ریاضی، علوم و... برای معلمان ضروری بوده و بر عملکرد تحصیلی دانش‌آموزان اثرگذار است (Yengin Sarpkaya & Altun, 2021). این دانش، توسط منابع رسمی و غیررسمی کسب می‌شود. در کشور ایران، منابع رسمی کسب دانش تخصصی معلمان، شامل دوره‌های ضمن خدمت، کتاب‌های درسی، راهنمای معلم و واحدهای ارائه‌شده توسط دانشگاه فرهنگیان است که به دلیل امکان پایش، مدیریت و بازنگری دارای اهمیت بالایی است. معلمان دورهٔ ابتدایی معمولاً یا از مسیر آزمون سراسری وارد دانشگاه فرهنگیان شده یا در قالب مهارت‌آموز ماده ۲۸، آموزش‌های مرتبط را با گذراندن واحدهای تخصصی و عمومی دیده و برای تحقق اهداف تربیتی و موضوعی نظام تعلیم‌وتربیت وارد عرصه تدریس می‌شوند و مسئولیت آموزش موضوعات تخصصی و قابلیت‌های مشخص‌شده را بر عهده می‌گیرند. باتوجه‌به اهمیت دانش تخصصی معلمان و نقش منابع رسمیِ آموزش معلمان و دانشجومعلمان در کسب دانش تخصصی‌شان، بررسی محتوای آموزشی ارائه‌شده موضوعیت می‌یابد. این بررسی می‌تواند به‌وسیلهٔ مقایسهٔ مستقیم محتوای تدوین‌شده در قالب موضوعات درسی انجام شود یا قابلیت‌های کسب‌شده توسط معلمان و دانشجومعلمان ارزیابی گردد.

دانش تخصصی معلمان دوره ابتدایی شامل حوزه‌های تربیتی مانند ریاضی، علوم، ادبیات و زبان فارسی و... است. هر یک از موضوعات اشاره‌شده، شاخه‌های مختلفی دارند و هدف‌های

Homepage: https://itt.cfu.ac.ir/

متفاوتی را دنبال می‌کنند. ریاضی یکی از درس‌هایی است که هدف آن رشد تفکر، منطق و استدلال در دانش‌آموزان است (Mukuka et al., 2023). برای دستیابی به این هدف، دامنه‌های موضوعی از آمار و احتمال تا اعداد و نماها، هندسه، مثلثات، جبر و معادلات و... موردتوجه قرار گرفته است. توجه به دامنه موضوعی هندسه در دوره ابتدایی اهمیت زیادی دارد (Hwang et al., 2020)، چراکه باعث بهبود استدلال فضایی، تحلیلی و منطقی شده، دقت نسبت به جزئیات را افزایش داده و درنهایت مهارت حل مسئله را بهبود می‌دهد (Jablonski & Ludwig, 2023). یکی از مفاهیم موردتوجه هندسه، مفهوم زاویه است که لازم است معلمان دورهٔ ابتدایی آن را به‌خوبی درک نموده و به‌درستی آموزش دهند.

پیشینه پژوهش

زاویه، مفهومی هندسی است و تعاریف متفاوتی دارد (Bustang et al., 2013; Sinclair & Bruce, 2015). هر یک از تعاریف ارائه‌شده، بر جنبه‌های متفاوتی از این مفهوم متمرکز شده‌اند (Keiser, 2004). پژوهش‌هایی وجود دارند که دسته‌بندی‌های مرتبط با تعاریف مربوط به زاویه را گردآوری و ارائه کرده‌اند. Mithcelmore (1998) تعریف زاویه به‌عنوان تلاقی دو خط، شیب، دوران حول محور، گوشه، خمیدگی، انحراف از خط یا جهت و سرآغاز را ارائه کرده است. Henderson & Taimina (2005) در پژوهش خود زاویه را به‌عنوان شکلی هندسی، اشتراک دو پرتو با نقطه پایان مشترک (تعریف ایستا)، حرکت، دوران (تعریف پویا)، اندازه و میزان چرخش (تعریف پویا) معرفی کرده‌اند. با مرور ادبیات پژوهشی و متون مرتبط با تعاریف زاویه، می‌توان آن را به‌عنوان شکل هندسی (Bustang et al., 2013)، دوران یا چرخش (Henderson & Taimina, 2005)، تلاقی، گوشه یا گوشه نوک‌تیز، شیب و خمیدگی (Mitchelmore & White, 1998)، ناحیه (Mitchelmore & White, 2000) و فاصله (Davey & Pegg, 1991)، دسته‌بندی کرد و تعریف نمود. تعاریف مرتبط با تعابیر مفهوم زاویه، در جدول ۱. ارائه شده است. تعاریف مذکور، شامل تمامی تعاریفی است که مرتبط با مفهوم زاویه بوده و با یکدیگر هم‌پوشانی ندارند.

جدول ۱. دسته‌بندی تعابیر و تعاریف ساختار محور زاویه

نام و موقعیت‌های تعریف‌شده زاویه در آن	تعریف یا تعاریف مرتبط با تعبیر	منابع
شکل هندسی	هر زاویه یک رأس و دونیم خط دارد.	کتاب ریاضی پایه چهارم دبستان
دوران/ چرخیدن[1]	۱) در ابتدا دونیم خط روی‌هم داریم، یک نیم‌خط ثابت است و نیم‌خط دیگر می‌چرخد، درحالی‌که در موقعیت نقطه بسته‌شان تغییری ایجاد نمی‌شود. ۲) موقعیتی که یک نیم‌خط نسبت به مکان اولیه خود تغییر وضعیت می‌دهد درحالی‌که در رأس آن تغییر ایجاد نمی‌شود و ثابت می‌ماند. ۳) موقعیتی که یک شیء نسبت به نقطه ثابت می‌چرخد.	(Henderson and Taimina, 2005; Mitchelmore and White, 1998; Keiser, 2004)
اندازه دوران یا چرخش	مقدار چرخشی که یک نیم‌خط یا جسم نسبت به موقعیت اولیه خود دارد.	(Mitchelmore and White, 2000; Fyhn, 2008, Bustang et al., 2013; Henderson and Taimina, 2005)
تلاقی[2]	۱) اشتراک دو پرتو با نقطه پایان/ سرچشمه مشترک تشکیل زاویه می‌دهند. ۲) جایی که دو خط به یکدیگر می‌رسند. ۳) جایی که دو نیم‌خط به همدیگر وصل هستند.	(Mitchelmore and White, 1998; Devichi and Munier, 2013; Davey and Pegg, 1991)
گوشه[3]، گوشه نوک‌تیز	۱) بخشی از یک جسم صلب در نزدیکی رأس یا لبه‌ها، تشکیل زاویه می‌دهد. ۲) گوشه‌ای که نوک‌تیز یا تیز باشد تشکیل زاویه می‌دهد.	(Mitchelmore and White, 1998; Davey and Pegg, 1991)
ناحیه	۱) ناحیه محصور میان دو نیم‌خط با انتها/ ابتدای مشترک ۲) ناحیه ایجادشده توسط دو نیم‌صفحه تشکیل زاویه می‌دهد.	(Mitchelmore and White, 2000; BÜTÜNer, 2021, Freudenthal, 2012; Keiser, 2004, Yazgan et al., 2009)
فاصله	فرض کنید دو نیم‌خط از سرِ بسته‌شان به یکدیگر متصل شده‌اند. یکی از نیم‌خط‌ها را در نظر بگیرید و از سرِ بازش آن را طوری دوران دهید که روی نیم‌خط دیگر بیفتد. در این حالت، نیم‌خط اولیه فاصله یا ناحیه‌ای را برای رسیدن به نیم‌خط دوم طی کرده که به آن زاویه می‌گوییم. این فاصله طی شده را با کمک زاویه مشخص می‌کنیم و با روش	(Davey and Pegg, 1991)

1. Turn
2. Meeting
3. Corner

Homepage: https://itt.cfu.ac.ir/

نام و موقعیت‌های تعریف‌شده زاویه در آن	تعریف یا تعاریف مرتبط با تعبیر	منابع
	خاصی اندازه‌گیری می‌شود.	
شیب[1]	۱) انحراف از خط عمودی یا افقی باعث تشکیل زاویه می‌شود. ۲) تفاوت میان شیب دو نیم‌خط تشکیل زاویه می‌دهد.	(Mitchelmore and White, 1998; Clements and Battista, 1989, Keiser, 2004)
خمیدگی[2]	خط صافی که شکسته شود، تشکیل زاویه می‌دهد.	(Mitchelmore and White, 1998)

تعاریف متفاوت زاویه، برای پاسخ‌گویی به نیازهای مختلف و باتوجه‌به ماهیت چندوجهی آن ارائه شده‌اند و میان آن‌ها سازگاری وجود دارد (Mitchelmore & White, 2000). علی‌رغم، همخوانی میان تعاریف مختلف، پژوهش‌ها نشان‌دهنده دشواری برقراری ارتباط میان تعابیر متفاوت مفهوم زاویه توسط یادگیرندگان است. دانش‌آموزان به‌سختی می‌توانند میان جنبه‌های مختلف مفهوم زاویه ارتباط برقرار کنند (Hajar et al., 2023). به‌عنوان‌مثال، نمی‌توانند به‌راحتی تعبیر چرخش یا شیب را به تعابیر اولیه‌ای که آموخته‌اند متصل کنند (Moore-Russo et al., 2011). در مطالعه‌ای Milow (2019) نشان دادند که درصد کمی از دانش‌آموزان، توانسته‌اند، به مفهوم چرخشی زاویه اشاره کنند و در ادعایی دیگر مشخص شد بسیاری از دانش‌آموزان نمی‌توانند ارتباطی میان چرخش حول یک نقطه و مسیر خمیده پیدا کنند (Abbena et al., 2017). این موضوع می‌تواند ریشه در عدم درک هر یک از تعابیر یا ناتوانی در برقراری اتصالات معنی‌دار توسط دانش‌آموز داشته باشد. ازاین‌رو لازم است در گام اول، به‌عنوان یک پیش‌نیاز، این مفهوم به‌درستی از دوره ابتدایی، در ذهن دانش‌آموز شکل گیرد.

درک مفاهیم هندسی، ازجمله زاویه در دوره ابتدایی، چیزی فراتر از دانستن نام آن است (Özerem, 2012). درواقع انتظار می‌رود کودکان بتوانند این مفهوم را در ارتباط با ویژگی‌هایش تعریف کنند، ویژگی‌های آن را تحلیل کرده و به‌صورت مستدل، روابط هندسی موجود را تأیید یا رد کنند (Lindquist & Clements, 2001). به عبارتی، زمانی می‌توان مطمئن بود درک درستی از مفهوم موردنظر شکل‌گرفته که فرد به انتزاع فکورانه و تأملی[3] (Ellis et al., 2024) رسیده باشد. در این حالت، علاوه بر ساختن اشیای ذهنی جدید، ساختاری معنی‌دار برای ارتباط

1. Slope
2. Bend
3. Reflective abstraction

آن با سایر مفاهیم نیز ایجاد می‌کند (Nisa & Mariani, 2021). برای رسیدن به این هدف، لازم است دانش‌آموزان تجربه‌های متنوعی به‌صورت مفهومی و عملی داشته باشند و با جنبه‌های مختلف آن، به‌تدریج، در زمان و بستر مناسب آشنا شوند (Sarı et al., 2021). به چنین فرایندی، انتزاع تدریجی[1] (Muhtadi & Saleh, 2020) گفته می‌شود که نقش مهمی در شکل‌گیری مفاهیم سطح بالاتر ریاضیات به‌ویژه در پایه‌های بالاتر دارد.

باتوجه‌به تعابیر متفاوت زاویه، روند معرفی، شکل‌گیری و انتزاع این مفهوم و همچنین آموزش آن موضوعیت پیدا می‌کند. Keiser (2004) در پژوهش خود نشان داد بهتر است آموزش تعابیر متفاوت زاویه باتوجه‌به سیر شکل‌گیری تاریخی آن اتفاق بیفتد. به عبارتی تجربیات فیزیکی و متنوع فرد می‌تواند گام آغازین مناسبی برای آموزش باشد. این مواجهه باعث می‌شود به‌تدریج شباهت‌های عمیق‌تری را بین تجربیات زاویه‌ای - فیزیکی خود شناسایی کرده، زاویه‌ها را به شرایط خاص، سپس به زمینه‌های کلی‌تر و درنهایت به‌صورت انتزاعی دسته‌بندی کند (Mitchelmore & White, 2000). Mitchelmore & White (1998) سه‌گام برای آموزش مفهوم زاویه پیشنهاد دادند که شامل مفاهیم زاویه‌ای در محیط[2]، مفاهیم زاویه‌ای در بافت[3] و مفاهیم زاویه‌ای به‌صورت انتزاعی[4] است.

با فرض، صحت چیدمان پیشنهادشده توسط پژوهش‌ها برای شکل‌گیری مفهوم چندبعدی زاویه و رسیدن به فهمی کل‌نگرانه، لازم است برای تدریس این مفهوم از معلمانی آگاه و مسلط کمک گرفت. Adoniou (2013) در پژوهش خود، دانش تخصصی مناسب معلم را یکی از مؤلفه‌های کلیدی یادگیری دانش‌آموزان معرفی می‌کند. چنانچه معلمان از دانش موضوعی مناسبی برخوردار نباشند، موفقیت دانش‌آموزان در حل مسائل نیز به‌طور معنی‌داری کاهش می‌یابد (Odumosu & Fisayi, 2018; Ohle, 2010). Wu و همکاران (2013) در پژوهش خود روی ۱۰۸ معلم ابتدایی هنگ‌کنگی نشان دادند معلمانی که دانش محتوایی بیشتری در مورد مفهوم زاویه داشتند، توانستند در آموزش این مفهوم به دانش‌آموزان خود موفق‌تر عمل کنند. Hill & Rowan (2012) بر اساس داده‌هایی که از ۱۱۱ معلم و ۳۳۰۶ دانش‌آموز آن‌ها به دست آوردند، به این نتیجه رسیدند که دانش محتوایی معلم در درس ریاضی رابطه مثبتی با

1. Progressive abstraction
2. Situated angle concepts
3. Contextual angle concepts
4. Abstract angle concepts

Homepage: https://itt.cfu.ac.ir/

نمرات ریاضی دانش‌آموزان دارد.

دانش‌آموزان ایرانی، بدفهمی‌ها و اشتباهات قابل‌توجهی در ارتباط با مفهوم زاویه در آزمون‌های جهانی دارند (Mullis et al., 2020; Park, 2015). این احتمال وجود دارد که بخشی از بدفهمی‌ها، علاوه بر شیوه آموزش نادرست مفهوم، ناشی از تصور و درک ناقص خود معلمان و نداشتن نگاهی همه‌جانبه نسبت به این مفهوم باشد. Sadler et al. (2013) در مطالعه خود روی ۹۵۵۶ دانش‌آموز و ۱۸۱ معلم به بررسی رابطه بین دانش معلم و یادگیری دانش‌آموز پرداختند. یافته‌ها نشان داد، توانایی معلم برای شناسایی رایج‌ترین پاسخ‌های اشتباه دانش‌آموزان، در سؤالات مرتبط با مفهوم زاویه که نوعی دانش محتوای آموزشی است، از معیارهای اصلی صلاحیت‌های معلمان ریاضی است و این صلاحیت برای معلمان موردبررسی کمتر از حد مطلوب بود. Yazgan et al. (2009) پژوهشی برای شناسایی مفهوم زاویه توسط معلمان خبره و مبتدی دوره ابتدایی کشور ترکیه انجام داده و نشان دادند، این معلمان زاویه را به‌عنوان اشتراک میان دو پرتو و ناحیه تعریف می‌بینند. Wu et al. (2013) در پژوهش خود نشان دادند دانش معلمان دوره ابتدایی در مورد شکل‌ها، بیشتر از مفهوم زاویه است. Çağlayan & Çağlayan (2013) در پژوهشی که روی دانشجویان رشته آموزش ریاضی دانشگاهی در ترکیه انجام دادند، متوجه شدند بیشتر دانشجویان درک ناقص و ناکارآمدی از مفهوم زاویه دارند. در ایران، پژوهش مدونی که به‌طور خاص دانش معلمان و دانشجومعلمان دوره ابتدایی را در ارتباط با این مفهوم بررسی کند وجود ندارد؛ لذا، یکی از اهداف این پژوهش بررسی دانش و وضعیت معلمان و دانشجومعلمان در ارتباط با مفهوم زاویه است.

همچنین، معلمان بخشی از دانش محتوایی خود را از آموخته‌های دوران مدرسه، دوره تربیت معلم، کتاب‌های درسی رسمی و راهنمای معلم کسب می‌کنند. ازآنجایی‌که آموخته‌های دوران مدرسه توسط معلمانی اتفاق افتاده که بیشتر از نظام تربیت معلم فارغ‌التحصیل شده‌اند، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت قسمت عمده دانش تخصصی در بیشتر معلمان، از دانشگاه، کتاب‌های درسی رسمی و راهنماهای آن حاصل شده است. برای بررسی دلایل ضعف دانش‌آموزان در شکل‌گیری این مفهوم، لازم است به بررسی عوامل اثرگذاری چون کتاب درسی و معلمان پرداخته شود و سطح دانشی معلمان و منابعی که در یادگیری این مفهوم نقش دارند، مورد واکاوی قرار گیرد. ازاین‌رو، در پژوهش پیش رو تلاش شد تا به دو سؤال زیر پاسخ داده شود:

- معلمان دورهٔ ابتدایی و دانشـــجومعلمان آموزش ابتدایی با چه تعاریفی از مفهوم زاویه

آشنایی دارند؟

- منابع رسمی یادگیری دورهٔ ابتدایی، چه تعاریفی از مفهوم زاویه را برای معلمان و دانشجومعلمان ارائه کرده‌اند؟

روش

پژوهش پیش رو ازنظر هدف، کاربردی و ازنظر گردآوری داده‌ها روش آمیخته با رویکرد تودرتو[1] (Taheri & Okumus, 2024) است که در آن بر اساس ترکیب داده‌های کمی و کیفی (برحسب مدل و الگوی ترکیبی) اطلاعات جمع‌آوری شده نسبت توصیف وضع موجود و تعیین نقاط ضعف و قوت و انتخاب روش‌های اصلاح مواد آموزشی اقدام می‌شود. ازآنجاکه داده‌های مختلفی (کمی و کیفی) گردآوری می‌شود؛ بنابراین در مراحل ارزشیابی، داده‌ها سه‌سویه‌سازی[2] شده و تحلیل‌ها و تصمیم‌ها بر اساس ترکیب آن‌ها انجام گرفت.

برای یافتن پاسخ پرسش اول از روش کمی و پرسش دوم از روش کیفی استفاده شد. در ابتدا تعابیر و تعاریف نه‌گانه مفهوم زاویه، مطابق جدول ۱. مبنا قرار گرفتند. این تعابیر شامل زاویه به‌عنوان شکل هندسی، دوران یا چرخش، اندازه دوران یا اندازه چرخش، تلاقی، گوشه یا گوشه نوک‌تیز، ناحیه، فاصله، شیب و خمیدگی بودند. سپس برای ارزیابی و شناسایی وضعیت معلمان در ارتباط با این مفهوم، از تحقیق زمینه‌یابی استفاده شد. زمانی که لازم است واقعیت‌هایی که در جامعه وجود دارد کشف و توصیف شود استفاده از تحقیقات زمینه‌یابی توصیه می‌شود (دلاور، ۱۳۹۸). ازآنجایی‌که یکی از اهداف پژوهش پیش رو، کشف تعاریف و تصورات معلمان و دانشجومعلمان از مفهوم زاویه بود از زمینه‌یابی مقطعی[3] استفاده شد.

جامعهٔ آماری شامل معلمان دوره ابتدایی و دانشجو معلمان آموزش ابتدایی شهر تهران (۲۶۲۰۸ نفر) بود. معلمان مقطع ابتدایی (۲۰۹۶۸ نفر) و دانشجومعلم (۵۲۴۰ نفر) درمجموع بودند. باتوجه‌به مطرح‌شدن مفهوم زاویه، در کتاب‌های پایهٔ سوم و چهارم، نمونهٔ اولیهٔ معلمان به این پایه‌ها محدود شد. چراکه باتوجه‌به اهداف کتاب درسی، درک این مفهوم و ارائه تعابیر و تعاریف صحیح و صریح برای معلمان این پایه‌ها ضروری است. انتظار می‌رود معلمان پایهٔ سوم و چهارم، به طریق اولی، نسبت به پایه‌های دیگر با این مفهوم به‌خوبی آشنا بوده و بتوانند برای آن

1. embedded approach
2. triangulation
3. Cross-sectional

Homepage: https://itt.cfu.ac.ir/

تعاریف درستی ارائه دهند. چنانچه معلمان این پایه‌ها با وجود الزام اشاره‌شده با تعابیر و تعاریف زاویه آشنا نباشند، این فرضیه مطرح می‌شود که به‌احتمال‌زیاد، معلمان سایر پایه‌های ابتدایی نیز با تعابیر زاویه آشنا نیستند. از طرفی، از میان دانشجومعلمان، آن‌هایی انتخاب شدند که درس‌های «ریاضی پایه» و «آموزش ریاضی» را گذرانده و با مفهوم زاویه آشنا بودند. این افراد از دو کلاس پردیس دخترانه و پسرانه شهر تهران انتخاب شدند. باتوجه‌به این موضوع که لازم است در پژوهش‌های توصیفی از نمونه‌هایی با حجم حداقل ۱۰۰ نفر استفاده شود (دلاور، ۱۳۹۸)، ۱۳۲ نفر به‌عنوان نمونهٔ پژوهش و با استفاده از نمونه‌گیری در دسترس انتخاب شدند. از این تعداد، ۸۳ نفر، معلم و ۴۹ نفر دانشجومعلم بودند. معلمان شرکت‌کننده در مناطق ۱، ۳،۲، ۵، ۶ و ۲۲ مشغول به تدریس بودند. معلمان انتخاب‌شده، افرادی بودند که در کارگاه آموزش ریاضی مرتبط با شکل‌های هندسی پژوهشگران شرکت کرده بودند. پیش از شروع کارگاه، از مشارکت‌کنندگان خواسته شد، به‌عنوان معلم ریاضی، کلیهٔ تعاریفی که در ارتباط با مفهوم زاویه می‌دانند را همراه با هر مثال مرتبط یا توضیحی که به ذهنشان می‌رسد ارائه دهند. تعاریف گردآوری‌شده، از منظر توجه به هر یک از ابعاد نه‌گانه مفهوم زاویه، بررسی و تحلیل شدند.

استفاده از پرسش‌نامه بازپاسخ، یکی از بسترهای مناسب برای شناخت طرز تفکر شرکت‌کنندگان پژوهش در ارتباط با موضوع موردنظر است (Neuman, 2013). ازاین‌رو، با استفاده از پرسش‌نامه طراحی‌شده، تعاریف شخصی شرکت‌کنندگان در ارتباط با مفهوم زاویه گردآوری و باتوجه‌به مبانی نظری برآمده از ادبیات پژوهشی طبقه‌بندی شدند. به‌علاوه، روایی و پایایی پرسش ارائه‌شده نیز موردبررسی قرار گرفت. منظور از ملاک روایی، در پرسش‌های بازپاسخ، صحت و اطمینان از بازتاب درست و معتبر پدیده موردمطالعه است (Maxwell, 2012)؛ بنابراین، برای بررسی روایی محتوا و صوری، سؤال موردنظر در اختیار یک متخصص برنامه درسی، یک متخصص آموزش ریاضی و دو معلم ریاضی ابتدایی قرار گرفت و از آن‌ها خواسته شد تا بررسی کنند که باتوجه‌به هدف پژوهش، آیا این سؤال، به‌اندازه کافی تمام جوانب موردنظر را پوشش می‌دهد و می‌تواند نشان‌دهنده تمام توانایی‌های پاسخ‌دهندگان باشد؟ به‌منظور بررسی روایی تفسیری، لازم بود تا بررسی شود که تفاسیر پژوهشگران از تعاریف شرکت‌کنندگان با دیدگاه‌ها و مفاهیم ارائه‌شده توسط آن‌ها هم‌خوانی داشته باشد (DeLuca, 2012). ازاین‌رو بعد از گردآوری تعاریف و کدگذاری آن‌ها، ۲۶ نفر (۲۰٪) از شرکت‌کنندگان به‌صورت تصادفی انتخاب شدند و از آن‌ها خواسته شد تا تحلیل‌های پژوهشگران در مورد پاسخشان را مرور کرده و بگویند که آیا

تفسیر ارائه‌شده با آنچه گفته‌اند مطابقت دارد یا نیاز به بازنگری دارد. تمامی ۲۶ نفر، تفاسیر ارسالی را تأیید کردند.

برای بررسی پایایی از دو روش ثبات بین کدگذاران[1] و بازآزمایی داده‌ها استفاده شد. روش ثبات بین کدگذاران یکی از روش‌های مورد تأیید پژوهشگران برای بررسی پایایی سؤالات باز پاسخ است (O'Connor & Joffe, 2020). برای تعیین میزان هم‌خوانی تعاریف ارائه‌شده با تعاریف معیار نیز، ابتدا برای هر نه تعریف ارائه‌شده، ملاک‌های مرتبط، توسط سه متخصص آموزش ریاضی و یک متخصص ریاضی در یک پنل تخصصی به‌صورت اولیه استخراج گردید. یک نمونه ملاک استخراج‌شده در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲. یک نمونه ملاک بررسی تعریف زاویه

تعبیر	تعریف	ملاک
دوران یا چرخش	در ابتدا دونیم خط روی‌هم داریم، یک نیم‌خط ثابت است و نیم‌خط دیگر می‌چرخد، درحالی‌که در موقعیت نقطه بسته‌شان تغییری ایجاد نمی‌شود.	وجود دو نیم‌خط؛ ثبات یکی از نیم‌خط‌ها؛ چرخش نیم‌خط دیگر؛ ثبات نقطه چرخش (نقطه ابتدای دو نیم‌خط)؛ مشاهده هر دو نیم‌خط.

چنانچه تعریف ارائه‌شده توسط معلم تمامی ملاک‌های استخراج‌شده را به‌صورت واضح یا مستتر دارا بود، برای آن تعریف ارائه‌شده، تعبیر موردنظر ثبت و در غیر این صورت، تعبیر لحاظ نمی‌شد. باتوجه‌به چک‌لیست استخراج‌شده، دو پژوهشگر به‌طور مستقل، پاسخ‌های ۲۰٪ از شرکت‌کنندگان را کدگذاری کردند و با استفاده از فرمول هولستی[2]، میزان توافق میان آن‌ها محاسبه شد.

$$IR=(2.M)\div (N_1+N_2)$$

در فرمول هولستی، IR شاخص ثبات بین کدگذاران، M، تعداد مواردی که کدگذاران با هم توافق دارند، N_1 تعداد کل کدهای کدگذار اول و N_2 تعداد کل کدهای کدگذار دوم است.

شاخص ثبات میان دو پژوهشگر ۰/۸۴ به دست آمد، که نشان‌دهنده توافق بالای میان

1. Inter-Coder Reliability
2. Holsti's Method

Homepage: https://itt.cfu.ac.ir/

کدگذاران و پایایی کدگذاری است. برای بررسی پایایی ثبات زمانی، ابتدا سؤال پژوهش به ۳۰ معلم دوره دوم ابتدایی داده‌شده و تعاریف ارائه‌شده توسط آن‌ها گردآوری و پس از یک هفته مجدد همان سؤال به معلمان داده شد. با بررسی نتایج پاسخ‌های دو دوره معلمان، ضریب ۰/۸۹ به دست آمد.

همچنین، برای پاسخ به پرسش دوم این پژوهش، کلیه تعاریفی که در کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی، راهنمای معلم و منابع اصلی منطبق با سرفصل‌های دانشگاه فرهنگیان نوشته‌شده، گردآوری شد. به دلیل اهمیت تحلیل تعاریف کتاب‌های درسی، این تعاریف، با تعاریف رسمی اشاره‌شده در جدول شماره (۱)، همراه با ملاک‌های استخراج‌شده توسط پنل تخصصی در اختیار سه متخصص آموزش ریاضی و چهار متخصص ریاضی قرار گرفت تا ازنظر تخصصی آن‌ها استفاده شود. در چنین پژوهش‌هایی برای بررسی میزان اجماع نظری به نمونه‌هایی با بیش از ۶ متخصص نیاز است (Habibi et al., 2014). از متخصصان خواسته شد، باتوجه‌به اطلاعات و معیارهای داده‌شده، تصمیم بگیرند که کدام تعابیر در تعریف مذکور دیده می‌شود. زمانی تعبیر یا تعابیر موردنظر مورد تأیید قرار گرفت که حداقل چهار متخصص، به آن امتیاز مثبت داده باشند. در جدول ۳، بخشی از نمونه خام پرسش‌نامه ارائه شده است.

جدول ۳. بخشی از پرسش‌نامه بررسی تعاریف کتاب‌های درسی

صاحب‌نظر محترم، باتوجه‌به تعاریف اشاره‌شده در بخش قبل و ملاک‌های ارائه‌شده، چنانچه در بندهای زیر، هرکدام از تعابیر مفهوم زاویه به‌صورت واضح یا مستتر اشاره شده است، خانه مربوط به آن را رنگ نمایید.

بند مورد تحلیل	شکل هندسی	دوران یا چرخش	اندازه دوران یا اندازه چرخش	تلاقی	گوشه یا گوشه نوک‌تیز	ناحیه	فاصله	شیب	خمیدگی
هر زاویه یک رأس و دو ضلع (نیم‌خط) دارد. اندازهٔ زاویه با مقدار باز شدن دو ضلع آن کم‌وزیاد می‌شود.									

یافته‌ها

معلمان دورهٔ ابتدایی و دانشـــجو معلمان آموزش ابتدایی با چه تعاریفی از مفهوم زاویه آشـــنایی دارند؟

ابتدا کلیهٔ تعاریف ارائه‌شده توسط مشارکت‌کنندگان پژوهش مورد واکاوی و بررسی قرار گرفت و ابعادی که در هر تعریف موردتوجه بود، استخراج شدند. برخی تعاریف ارائه‌شده، به‌گونه‌ای بودند که به چند تعبیر زاویه توجه شده بود. در پاسخ‌های دریافت‌شده، سه معلم که سال اول تدریسشان در پایهٔ سوم یا چهارم بود، نتوانستند تعریف صحیح یا مرتبطی برای مفهوم زاویه ارائه دهند و ۸ دانشجومعلم تعریفی برای آن به خاطر نیاوردند. برای این دو گروه برچسب تعریفی ندارد، انتخاب شد. نمونه‌ای از تعریف نادرست یا نامرتبط عبارت است از «تعریفی ندارم، بیشتر زاویه دیدی که در اطرافمون داریم به ذهنم می‌رسه»، «ازنظر من زاویه، مثل مدرسه، دانش‌آموز و معلم است که مدرسه و دانش‌آموزان، ضلع‌ها و معلم رأس آن است». جدول ۴ نشان‌دهنده میزان توجه کلی معلمان و دانشجومعلمان به هر یک از ابعاد نه‌گانه مفهوم زاویه است.

جدول ۴. درصد میزان توجه کلی معلمان و دانشجومعلمان به هر یک از ابعاد نه‌گانه مفهوم زاویه

تعبیر	شکل هندسی	دوران	اندازه دوران	تلاقی	گوشه	ناحیه	فاصله	شیب	خمیدگی	ندارد
تعداد مواردی که معلمان به تعبیر توجه داشتند.	۵۵	۲	۲	۶۸	۲۷	۱۳	۲	-	۱	۳
نسبت به کل معلمان	۵۵/۸۳ =۰/۶۶	۲/۸۳ =۰/۰۲	۲/۸۳ =۰/۰۲	۶۸/۸۳ =۰/۸۱	۲۷/۸۳ =۰/۳۳	۱۳/۸۳ =۰/۱۶	۲/۸۳ =۰/۰۲	۰	۱/۸۳ =۰/۰۱	۳/۸۳ =۰/۰۴
تعداد مواردی که دانشجومعلمان به تعبیر توجه داشتند.	۲۴	۱	-	۳۴	۱۰	۷	۵	-	-	۸
نسبت به کل دانشجومعلمان	۲۴/۴۹ =۰/۴۹	۱/۴۹ ۰/۰۲	۰	۳۴/۴۹ =۰/۶۹	۱۰/۴۹ =۰/۲۰	۷/۴۹ =۰/۱۴	۵/۴۹ =۰/۱۰	۰	۰	۸/۴۹ ۰/۱۶
مجموع موارد اشاره‌شده	۷۹	۳	۲	۱۰۲	۳۷	۲۰	۷	-	۱	۱۱
درصد توجه	٪۳۰/۱۵	٪۱/۴۶	٪۰/۷۶	٪۳۸/۹۳	٪۱۴/۱۲	٪۷/۶۳	٪۲/۶۷	٪۰	٪۰/۳۸	٪۴/۲

Homepage: https://itt.cfu.ac.ir/

همان‌طور که یافته‌ها نشان می‌دهند بیشترین درصد توجه به ترتیب به تعابیر تلاقی (۳۸/۹۳٪)، شکل هندسی (۳۰/۱۵٪) و گوشه (۱۴/۱۲٪) شده است. پس‌ازاین سه تعبیر که بیشترین فراوانی را به خود اختصاص دادند تعابیر ناحیه (۷/۶۳٪)، بدون تعبیر (۴/۲٪)، فاصله (۲/۶۷٪)، دوران (۱/۴۶٪) و اندازه دوران (۰/۷۶٪) قرار دارد. همچنین، به تعبیر شیب اشاره‌ای نشده است و (۴/۲٪) تعریف ریاضی برای مفهوم زاویه نداشتند که شامل ۳ معلم و ۸ دانشجومعلم می‌باشند. اگر نسبت ۳ معلم به ۸۳ معلم شرکت‌کننده و ۸ دانشجومعلم به ۴۹ دانشجومعلم شرکت‌کننده را به دست آوریم به ترتیب نسبت‌های ۰/۰۳۶ ≈ ۳/۸۳ و ۰/۱۶۳ ≈ ۸/۴۹ به دست می‌آید.

جدول ۵. شامل تعداد مواردی است که در هر تعریف تنها به یکی از تعابیر نه‌گانه پژوهش، توسط معلمان و دانشجومعلمان توجه شده است. برای هر تعبیر، نمونه‌هایی از تعاریف شرکت‌کنندگان نیز ارائه شده است.

جدول ۵. تعداد تعاریفی که تنها به یکی از ابعاد نه‌گانه مفهوم زاویه توجه شده است (همراه با نمونه)

تعبیرهای مورداستفاده	شکل هندسی	دوران	اندازه دوران	تلاقی	گوشه	ناحیه	فاصله	شیب	خمیدگی
تعداد مواردی که توسط معلمان به تعبیر اشاره شده است.	۲	۱	۱	-	۴	۱	۱	-	-
تعداد مواردی که توسط دانشجومعلمان به تعبیر اشاره شده است.	-	-	-	-	۳	۱	۲	-	-
مجموع موارد اشاره شده توسط هر دو گروه	۲	۱	۱	-	۷	۲	۳	-	-
مصداق یا مصداق‌هایی از تعریف	از دو نیم‌خط و یک رأس تشکیل شده است.	هرگاه یک نیم‌خط را حول نقطه‌ای که ابتدای آن نیم‌خط است دوران دهیم میان موقعیت اولیه نیم‌خط و	میزان چرخش یا حرکت یک جسم نسبت به یک نقطه ثابت (نقطه ثابت	-	زاویه همان کنج هست. به گوشه هر چیزی زاویه می‌گیم. گوشه شکل های هندسی	فضای میان دو پاره‌خط را زاویه می‌گویند.	به فاصله دو نیم‌خط می‌گویند.	-	-

تعبیرهای مورداستفاده	شکل هندسی	دوران	اندازه دوران	تلاقی	گوشه	ناحیه	فاصله	شیب	خمیدگی
		موقعیت جدید آن زاویه به وجود می‌آید (تغییر مکان میان این دو نیم‌خط زاویه است).	منظورم نقطه شروع حرکتش است)						

در برخی تعاریف بیان‌شده توسط معلمان و دانشجومعلمان، به چند بعد و تعبیر از مفهوم زاویه اشاره شده بود که در جدول ۶. همراه با نمونه‌هایی از تعاریف شرکت‌کنندگان آمده است.

جدول ۶. تعاریفی که به چند بعد از مفهوم زاویه توجه کرده‌اند (همراه با نمونه)

تعبیرهای مورداستفاده	شکل هندسی تلاقی	شکل هندسی تلاقی گوشه	شکل هندسی تلاقی دوران	گوشه ناحیه تلاقی	تلاقی گوشه خمیدگی
تعداد مواردی که به تعبیر اشاره شده است	۳۵	۱۵	۱	۳	۱
تعداد مواردی که توسط دانشجومعلمان به تعبیر اشاره شده است	۱۹	۳	۱	۱	-
مجموع موارد اشاره‌شده توسط هر دو گروه	۵۴	۱۸	۲	۴	۱
مصداق یا مصداق‌هایی از تعریف ارائه‌شده	شکلی که از تقاطع یا برخورد دو نیم‌خط زاویه به وجود می‌آید. وقتی‌که از یک نقطه که به آن رأس می‌گوییم، دو نیم‌خط رسم شود یک زاویه ساخته می‌شود. از برخورد دو خط	از برخورد دو خط با یکدیگر گوشه ایجاد می‌شود که به آن زاویه می‌گوییم. محل تقاطع دو خط با یکدیگر باعث ایجاد یک گوشه می‌شود که زاویه نام دارد.	شکلی که از دوران دو قطعه خط پیرامون یک نقطه به وجود می‌آید.	همون کنج است که ناحیه به وجود آمده از برخورد دو پاره‌خط (نیم‌خط) هست که توی این حالت فکر کنم باید دو تا پاره‌خط (نیم‌خط) هم‌راستا نباشند؛ چون دیگه کنجی ایجاد نمی شه.	محل اتصال یا شکسته‌شدن دو خط راست

Homepage: https://itt.cfu.ac.ir/

تعبیرهای مورداستفاده	شکل هندسی تلاقی	شکل هندسی تلاقی گوشه	شکل هندسی تلاقی دوران	گوشه ناحیه تلاقی	تلاقی گوشه خمیدگی
	راست یا دو صفحه درست می‌شود.				
تعبیرهای مورداستفاده	فاصله تلاقی	شکل هندسی گوشه	تلاقی ناحیه	اندازه دوران تلاقی	گوشه تلاقی
تعداد مواردی که توسط معلمان به تعبیر اشاره شده است	۱	۲	۹	۱	۲
تعداد مواردی که توسط دانشجومعلمان به تعبیر اشاره شده است	۳	۱	۵	-	۲
مجموع موارد اشاره‌شده توسط هر دو گروه	۴	۳	۱۴	۱	۴
مصداق یا مصداق‌هایی از تعریف ارائه‌شده	فاصله میان دو پاره‌خط است که در یک نقطه مشترک هستند.	زاویه یعنی گوشه هر چیزی گوشه داشته باشد زاویه دارد و زاویه از دو ضلع (نیم‌خط) و یک رأس تشکیل میشه	دو خطی که همدیگر را قطع کردند در محل تقاطعشون فضایی تشکیل می‌دهند که بهش می گن زاویه. قسمتی از صفحه که بین دو نیم‌خط که در یک نقطه مشترک هستند قرار دارد. فضای خالی بین دو نیم‌خط که دارای رأس مشترک هستند.	یه راه برای بیان میزان چرخش یه جسم هستش که میشه با دو خط متقاطع، دو خط با مبدأ مشترک یا... ایجادش کرد	زاویه کلمه عربی گوشه هست. جایی که خط‌ها به هم برخورد می‌کنند.

در جدول ۷. به‌صورت یکپارچه مقایسه‌ای میان انواع تعاریف بیان‌شده توسط شرکت‌کنندگان ارائه شده است.

جدول ۷. میزان توجه به هر یک از ابعاد مرتبط با مفهوم زاویه

تعریف	شکل هندسی	دوران	اندازه دوران	تلاقی	گوشه	ناحیه	فاصله	شیب	خمیدگی	ندارد
درصد توجه به تعریف خاص از میان کلیه تعاریف نه‌گانه	۱/۵۲٪	۰/۱۳۷٪	۰/۱۳۷٪	٪۰	۵/۳٪	۱/۵۲٪	۲/۲۷٪	٪۰	٪۰	۸/۳۳٪
تعریف	شکل هندسی تلاقی	شکل هندسی تلاقی گوشه	شکل هندسی تلاقی دوران	گوشه ناحیه تلاقی	تلاقی گوشه خمیدگی	فاصله تلاقی	شکل هندسی گوشه	تلاقی ناحیه	اندازه دوران تلاقی	گوشه تلاقی
درصد توجه به تعریف تلفیقی	۴۰/۹٪	۱۳/۶۳٪	۱/۵۲٪	۳/۰۳٪	۰/۱۳۷٪	۳/۰۳٪	۲/۲۷٪	۱۰/۶٪	۰/۱۳۷٪	۳/۰۳٪

همان‌طور که جدول‌های ۵. تا ۷. نشان می‌دهند تعریف‌هایی که به تعابیر «شکل هندسی و تلاقی»، «شکل هندسی، تلاقی و گوشه» و «تلاقی و ناحیه» اشاره کرده‌اند، بیشترین فراوانی را دارند و تعریفی که تنها به تعبیر «تلاقی»، «شیب» و «خمیدگی» اشاره کرده باشد دیده نمی‌شود.

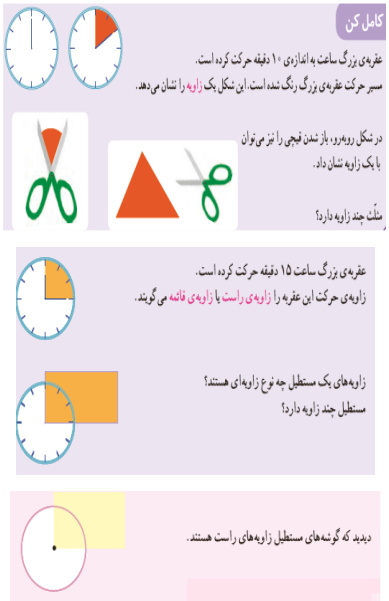
- منابع رسمی یادگیری دورهٔ ابتدایی، چه تعاریفی از مفهوم زاویه را برای معلمان و دانشجومعلمان ارائه کرده‌اند؟

معلمان و دانشجومعلمان دانش رسمی خود در ارتباط با مفاهیم و موضوعات ریاضی را از بسترهای مشخصی به دست می‌آورند. این منابع شامل کتاب درسی، راهنمای معلم ارائه‌شده توسط سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی و محتوای ارائه‌شده در دوره تربیت معلم است. در جدول ۸. تعاریف مطرح‌شده در ارتباط با مفهوم زاویه با استفاده از منابع دسته اول معلمان و دانشجومعلمان ارائه شده است.

جدول ۸. تعاریف مرتبط با مفهوم زاویه در منابع رسمی یادگیری معلمان و دانشجومعلمان

تعریف زاویه	منبع مورداستفاده	تعابیر موردتوجه
«هر زاویه یک رأس و دو ضلع (نیم‌خط) دارد. اندازهٔ زاویه با مقدار باز شدن دو ضلع آن کم‌وزیاد می‌شود.»	کتاب ریاضی پایه چهارم ص ۷۶	شکل هندسی
تعریفی ندارد.	کتاب راهنمای تدریس ریاضیات چهارم دبستان (داودی و همکاران، ۱۳۹۳)	–
تعریفی ندارد.	کتاب راهنمای معلم پایهٔ چهارم در سایت گروه ریاضی دفتر تألیف/دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی، واحد تحقیق، توسعه	–

Homepage: https://itt.cfu.ac.ir/

تعریف زاویه	منبع مورداستفاده	تعابیر موردتوجه
	و آموزش ریاضی http://math-dept.talif.sch.ir/files/extract_file.php?file_id=925	
معرفی زاویه با استفاده از مسیر حرکت عقربه ساعت و معرفی کل شکل به‌عنوان زاویه انجام شده است: 	کتاب ریاضی پایه سوم	- دوران یا چرخش - شکل هندسی ناحیه
در پیامدهای آموزشی اشاره‌شده: در پایان درس انتظار می‌رود دانش‌آموزان بتوانند مفهوم زاویه را دریافت کنند، زاویه را در ساعت با استفاده از حرکت عقربه دقیقه‌شمار درک کنند. تعداد زاویه اشکال هندسی را بدانند. در پایین صفحه ۵۰ با انجام فعالیت زاویه راست را تعمیق می‌بخشند و دریافت می‌کنند زاویه راست را در ساعت‌های مختلف در صفحه ۵۱ مقایسه می‌کنند. مصداق‌های دیگری را برای گوشه راست در پیرامون خود پیدا کنند.	کتاب راهنمای ریاضی پایهٔ سوم ابتدایی. وحید عالمیان، سید محسن میرمحمد میگونی و فریبا سرآهنگ	- دوران یا چرخش - گوشه
برای آنکه کودکان مفهوم زاویه را کاملاً درک کنند باید دو تجربه کاملاً متفاوت کسب کنند. اولین تجربه مفهوم ایستای زاویه است. به‌عنوان گوشه‌ای که از تلاقی دو خط راست تشکیل می‌شود. دومین تجربه، تغییر اندازه زاویه با حرکت‌دادن یکی از	کتاب ریاضیات برای معلمان (نسخه مدرس) گروهی از نویسندگان (جی. آل. ماریتن) ترجمه شهناز بخشعلی زاده.	- گوشه - تلاقی - دوران

تعریف زاویه	منبع مورداستفاده	تعابیر موردتوجه
اضلاع آن است.		
ندارد.	اصول آموزش ریاضی دکتر سید حسن علم الهدائی	
ندارد.	روش تدریس ریاضی در دوره ابتدایی گیل باتل ترجمه شهناز بخشعلی زاده	
ندارد.	مبانی آموزش ریاضی برای معلمان دبستان و دانشجویان آموزش ابتدایی (مانی رضایی)	
ندارد.	انجمن ملی معلمان ریاضی	

داده‌ها و اطلاعات جدول ۸. نشان می‌دهد منابع اصلی آموزش معلمان دوره ابتدایی برای تعریف زاویه به تعابیر «شکل هندسی»، «دوران»، «تلاقی»، «گوشه»، «ناحیه» و «شکل هندسی و ناحیه» توجه کرده‌اند. اگرچه، گاهی این توجه به‌صورت غیرمستقیم اتفاق افتاده است و بستری برای تفسیر معلم و دانش‌آموز از مفهوم زاویه باقی گذاشته است. همچنین، در منابعی که برای آموزش دانشجومعلمان معرفی شده است، تعریف صریحی برای زاویه دیده نمی‌شود.

بحث و نتیجه‌گیری

زاویه مفهومی چندبعدی است که معلمان برای تدریس آن به درکی کل‌نگر و دیدی چندجانبه نیاز دارند. این درک کل‌نگر می‌تواند بر کیفیت یادگیری دانش‌آموزان نیز اثرگذار باشد. در پژوهش حاضر تلاش شده است تا دانشِ معلمان پایهٔ سوم و چهارم و دانشجو معلمان شهر تهران، در مورد مفهوم زاویه را ارزیابی کند و در ادامه به بررسی منابع رسمی‌ای که معلمان دوره ابتدایی دانش خود را در ارتباط با آن، به دست می‌آورند می‌پردازد.

در پاسخ به پرسش اول، می‌توان گفت بیشتر معلمان با تعابیر زاویه به‌عنوان، «تلاقی»، ٪۸۱ «شکل هندسی» ٪۶۶ و دانشجو معلمان با تعابیر زاویه به‌عنوان «تلاقی»، ٪۶۹ و «شکل هندسی»، ٪۴۹ آشنایی دارند. در میان سایر تعابیر زاویه، تعبیر «گوشه» توسط معلمان با فراوانی ٪۳۳ و دانشجومعلمان با فراوانی ٪۲۰ بیشترین فراوانی را دارا می‌باشند. درصد فراوانی سایر تعابیر زاویه کمتر از ٪۲۰ درصد بوده که نشان‌دهنده عدم آشنایی دو گروه پژوهش با این تعابیر است. به‌علاوه، باتوجه‌به افزایش درصد اشاره به تعابیر «تلاقی» و «شکل هندسی» توسط معلمان نسبت به دانشجومعلمان، فرضیهٔ نقش آموزش‌های ضمن خدمت و تجربه‌های تدریس در شکل‌گیری

Homepage: https://itt.cfu.ac.ir/

مفاهیم مطرح می‌شود که می‌توان در پژوهش‌های بعدی و از طریق مصاحبه‌های کیفی آن را موردبررسی قرار داد. این فرضیه با یافته‌های Sarı et al (2021) که بر اهمیت تجربیات مفهومی و عملی در شکل‌گیری مفهوم زاویه اشاره دارند هم‌خوانی دارد. از سویی این تفاوت نتیجه، می‌تواند نشان‌دهنده کمبود فرصت‌های کسب تجربه‌های مفهومی و عملی در میان دانشجومعلمان موردپژوهش باشد. پیشنهاد می‌شود در طراحی واحدهای یادگیری مرتبط با مفهوم زاویه توسط اساتید دانشگاه، فرصت‌های یادگیری مناسبی دیده شود. درمجموع می‌توان ادعا کرد، هر دو گروه معلمان و دانشجومعلمان این پژوهش نیاز به آشنایی بیشتری با تعابیر زاویه به‌عنوان «دوران یا چرخش»، «اندازه دوران یا اندازه چرخش»، «گوشه یا گوشه نوک‌تیز»، «ناحیه»، «فاصله» و «شیب» دارند. درعین‌حال باتوجه‌به این موضوع که بالاترین درصد فراوانی تعابیر زاویه، شامل تمامی شرکت‌کنندگان نشده و از طرفی، ضرورت آشنایی تمام معلمان با این مفهوم، لازم است، برنامه‌های آموزش پیش از خدمت و ضمن خدمت، بهبود یابند. این ادعا با نتیجه پژوهش Hill et al (2008) هم‌راستاست.

در پاسخ به پرسش دوم تعابیر زاویه به‌عنوان «شکل هندسی»، «تلاقی»، «دوران یا چرخش»، «ناحیه»، «گوشه» و «دوران» در کتاب‌های ریاضی پایهٔ سوم و چهارم و راهنمای معلم به‌صورت صریح یا ضمنی موردتوجه قرار گرفته است. باتوجه‌به نتایج به‌دست‌آمده از پاسخ‌های معلمان که بیشترین فراوانی توجه به تعابیر «تلاقی» و «شکل هندسی» صورت گرفته است، می‌توان این‌گونه نتیجه گرفت که اشاره ضمنی منابع آموزشی، نتوانسته است به پرورش تعابیر دیگر زاویه کمک نماید و لازم است این تعاریف به‌صراحت ارائه شوند.

تعابیر زاویه در منابعی که در حال حاضر در برنامه درسی آموزش ابتدایی به‌عنوان مرجع معرفی شده‌اند، دیده نشد. باتوجه‌به نکته مذکور، این احتمال وجود دارد که تعابیر و تعاریف اشاره‌شده در آموزش رسمی دانشجومعلمان تدریس نشود یا تنها تعداد معدودی از تعاریف در فرصت آموزشی محدود دانشگاه طرح شود. پیشنهاد می‌شود دانشگاه فرهنگیان این موضوع را به‌عنوان یک طرح ملی در سایر استان‌ها موردبررسی قرار دهند. همچنین، در بازنگری سرفصل مربوط به برنامه درسی ریاضی و آموزش ریاضی دانشگاه فرهنگیان، نتایج این پژوهش به‌عنوان یک نمونه محلی مدنظر قرار گیرد.

باتوجه‌به یافته‌های به‌دست‌آمده از جدول ۴ می‌توان ادعا کرد بیشتر معلمان و دانشجومعلمان دوره ابتدایی، تعریف کامل و حتی دقیقی از مفهوم زاویه ندارند. تنها در ارتباط با تعابیر زاویه

به‌عنوان «شکل هندسی» و «تلاقی» توسط معلمان و «شکل هندسی» توسط دانشجومعلمان فراوانی بالاتر از نصف دیده می‌شود و در ارتباط با سایر تعابیر زاویه، هر دو گروه معلمان و دانشجومعلمان نیاز به تقویت و یادگیری دارند.

ازآنجایی‌که آشنایی با مفهوم زاویه در پایه‌های سوم و چهارم اتفاق می‌افتد، لازم است تا معلمان این دوره حتماً با حداقل یک تعریف درست و دقیق زاویه آشنا باشند. باتوجه‌به اینکه، معلمان این پایه‌ها که یادگیری و ارائه تعریف زاویه برایشان ضروری است، از عهده پاسخگویی به چنین سؤالی برنیامدند، پیش‌بینی می‌شود معلمان سایر پایه‌های ابتدایی نیز نتوانند تعریف دقیق و درستی بیان کنند. هرچند، باتوجه‌به استفاده از روش نمونه‌گیری در دسترس، پاسخگویی دقیق به این فرضیه، نیاز به پژوهش‌های بیشتری دارد.

از میان شرکت‌کنندگان پژوهش ۸ دانشجومعلم و ۳ معلم اصلاً تعریفی ارائه نکردند! نسبت نداشتن تعریف برای معلمان به کل معلمان شرکت‌کننده این پژوهش $\frac{۳}{۸۳}$ =۰/۰۳۶ است. به این معنی که احتمالاً از هر ۱۰۰۰ معلم، ممکن است ۳۶ نفر آن‌ها از تعریف صحیحی برای مفهوم زاویه اصلاً استفاده نکنند. در کنار این موضوع، اگر سرانه معلم به دانش‌آموز در ایران را در نظر بگیریم که تا ۴۰ دانش‌آموز برای هرسال در نظر گرفته شده است، این بدفهمی در هر معلم، می‌تواند سالانه تا ۴۰ دانش‌آموز را تحت تأثیر قرار دهد که در صورت اصلاح نشدن آن، در سال‌های مختلف رقم ذکرشده افزایش می‌یابد.

در مورد دانشجومعلمان این نسبت به ۰/۱۶۳ تغییر می‌کند. ازآنجایی‌که این تعداد در پایه‌های مختلفی تدریس خواهند کرد و به‌طور خاص به تعریف این مفهوم در پایه‌های سوم و چهارم نیاز است، با درصدی از اغماض می‌توان عدد به‌دست‌آمده را در $\frac{۲}{۴}$ (تعداد کل پایه‌های دوره ابتدایی÷ تعداد پایه‌هایی که مفهوم زاویه باید تدریس شود) ضرب نمود و به‌طور تقریبی پیش‌بینی کرد که چه تعدادی از آن‌ها معلم پایه‌های سوم و چهارم می‌شوند. با این شرایط، نسبت به‌دست‌آمده برای آن‌ها ۰،۰۵۴ خواهد شد. به این معنی که از هر ۱۰۰۰ دانشجومعلم، به‌طور تقریبی ۵۴ نفر، تعریفی برای مفهوم زاویه ندارند. ممکن است برخی از این افراد، زمانی که به‌صورت رسمی، حرفه خود را آغاز کنند، از تعاریف کتاب استفاده کرده و این تعداد کاهش یابد. باتوجه‌به عدم دسترسی به تعریف صحیحی از مفهوم زاویه توسط ۱۱ نفر از مشارکت‌کنندگان پژوهش و پیامدهای آن، نقش آموزش‌های ضمن خدمت با دید شناسایی و بررسی کاستی‌ها، نیازها و برطرف نمودن آن‌ها

Homepage: https://itt.cfu.ac.ir/

در طی سال‌های خدمت برجسته می‌شود.

همچنین یافته‌ها نشان داد در کلیه تعاریف ارائه‌شده، ۷۹ مرتبه (۳۰/۱۵ درصد) به زاویه به‌عنوان «شکل هندسی» و ۱۰۲ مرتبه (۳۸/۹۳ درصد) به‌عنوان «تلاقی» توجه شده است. بالا بودن توجه به تعبیر زاویه به‌عنوان شکل هندسی، می‌تواند به‌واسطه تعریف رسمی ابتدای کتاب درسی پایهٔ چهارم باشد.

باوجوداینکه زاویه به‌عنوان «تلاقی دو نیم‌خط» توسط هیچ مشارکت‌کننده‌ای به‌عنوان تعریف تک‌بعدی و خالص بیان نشد، در تعاریف تلفیقی و در کنار سایر موارد، به تعداد قابل‌توجه ۱۰۲ مرتبه موردتوجه قرار گرفته است. در تمامی این موارد، از تعبیر تلاقی، برای توصیف وضعیت موردنظر و به‌عنوان توضیحات تکمیلی توسط شرکت‌کنندگان استفاده شد. به نظر می‌رسد این توضیح تکمیلی نوعی استخراجِ یکی از ویژگی‌های زاویه، توسط مشارکت‌کنندگان است که می‌تواند فرصتی برای پژوهش‌های کیفی بعدی فراهم کند تا دلیل این موضوع و شیوهٔ استنتاج آن توسط معلم مشخص شود. چنین پژوهش‌هایی می‌تواند به ترسیم نقشهٔ مفهومی یادگیری کل‌نگرانه زاویه کمک کند.

در تمامی تعاریف ارائه‌شده، زاویه به‌عنوان «گوشه» با ۳۷ مرتبه و «ناحیه» ۲۰ مرتبه در رتبه‌های بعدی قرار داشتند که می‌تواند به دلیل نحوه ارائه این مفهوم در پایه سوم ابتدایی باشد. همان‌طور که در جدول شماره (۸)، برای پایهٔ سوم اشاره شده است، مثال‌هایی که با استفاده از آن مفهوم زاویه تعریف شده‌اند به‌گونه‌ای است که تقریباً تمامی ناحیهٔ محصور رنگی شده و زاویه معرفی شده است. این شیوهٔ معرفی، به‌صورت غیرمستقیم، بر تعبیر زاویه به‌عنوان «ناحیه» تأکید دارد. اگرچه به دلیل فقدان مثال‌های کافی و مناسب این امکان وجود دارد که معلم یا دانش‌آموز فقط ناحیهٔ رنگی را به‌عنوان زاویه در نظر بگیرند و با تعبیر واقعی زاویه به‌عنوان «ناحیه» تفاوت داشته باشد. همچنین در بخشی از کتاب پایهٔ سوم، از عبارت «گوشه‌های مستطیل، زاویه راست هستند.» استفاده شده است. در این عبارت، ارتباط میان زاویه و گوشه به‌صورت غیرمستقیم و بدون توضیحات کمکی در کتاب اصلی یا راهنمای معلم ارائه شده است. عدم توضیحات کافی می‌تواند نوع ارتباط میان مفهوم زاویه و گوشه را دستخوش بدفهمی‌هایی نظیر بیش تعمیمی یا بیش تخصیصی کند.

سایر تعابیر زاویه از امتیاز بالایی برخوردار نشدند. این کم‌توجهی به ابعاد دیگر زاویه، توسط معلمان، تأثیر مستقیمی بر عملکرد دانش‌آموزان دارد و می‌تواند توجیه‌کننده بخشی از نتایج

دانش‌آموزان پایه‌های چهارم در ارتباط با مفهوم زاویه باشد. باتوجه‌به جدول شماره ۸ نظام تربیتی آموزش ریاضی و کتاب‌های درسی، به تعابیرِ «شکل هندسی»، «گوشه»، «دوران»، «ناحیه» و «تلاقی» تا حدی توجه کرده‌اند. بااین‌وجود، می‌توان گفت، بسیاری از تعابیر مورداستفاده برای مفهوم زاویه، در دوره ابتدایی، به‌خوبی شرح و بسط نشده و مثال‌ها و غیرمثال‌های آن برای شکل‌گیری مفهوم، به اندازه کافی ارائه نشده است. اگرچه کتاب درسی پایه چهارم، مصداق‌هایی از ابعاد متفاوت زاویه را در درون خود جای داده است اما باتوجه‌به تعریف اول کتاب، تصور بسیاری از معلمان در ارتباط با این مفهوم محدود مانده است که با نتایج جدول (۵)، (۶) و (۷) مطابقت دارد. این موضوعات که «آیا لازم است کلیهٔ تعاریف زاویه برای دانش‌آموزان ایرانی در دوره ابتدایی تدریس شود؟ یا باتوجه‌به ارتباط افقی و عمودی آن با سایر موضوعات، چیدمان دیگری داشته باشد؟ یا اینکه بهتر است معلمان دوره ابتدایی ایرانی با کدام تعاریف و به چه ترتیبی آشنا شوند؟» نیازمند پژوهش‌های دقیق دیگری است.

در میان تعاریف ارائه شده در جدول (۶) تعریفی که به هر دو تعبیر «شکل هندسی و تلاقی» توجه کرده است بیشترین درصد توجه را به خود اختصاص داده است. در رتبهٔ بعد تعریف‌هایی قرار دارد که به تعابیر «شکل هندسی، تلاقی و گوشه» توجه کرده‌اند که ازنظر آماری تفاوت معنی‌داری با تعریف قبلی دارد. سایر تعابیر تلفیقی نیز، امتیاز قابل‌توجهی کسب نکرده‌اند. باتوجه‌به نتایج جدول (۸) انتظار می‌رود تعبیر تلفیقی «شکل هندسی، ناحیه» نیز در تعاریف تلفیقی معلمان دیده شود که در جدول (۶) و (۷) گزارش نشده است. این موضوع در کنار فراوانی (۲ مرتبه) اشاره به تعریف زاویه به‌عنوان «ناحیه» می‌تواند نشان‌دهندهٔ این فرضیه باشد که آنچه در کتاب درسی ریاضی سوم ابتدایی مطرح شده است بستری کافی برای توجه به تعبیر زاویه به‌عنوان «ناحیه» فراهم نکرده است. همچنین، باتوجه‌به اینکه در کلیهٔ منابع رسمی آموزش دانشجومعلمان تعریفی برای زاویه دیده نمی‌شود، این نکته مطرح می‌شود که اساتید دروس «ریاضی پایه» و «آموزش ریاضی» از چه منابعی برای تدریس این موضوع استفاده می‌کنند؟ این احتمال وجود دارد که پراکندگی و عدم دسترسی به تعریف مناسبی از تعریف زاویه توسط دانشجومعلمان به‌واسطه دانش اساتیدشان باشد. این نکته می‌تواند در پژوهش‌های بعدی موردتوجه قرار گیرد و حتی پژوهشی بر روی دانش موضوعی تربیتی اساتید کشور در ارتباط با مفهوم زاویه انجام شود. به‌علاوه، باتوجه‌به جداول گزارش‌شده، می‌توان نتیجه گرفت در تعاریف کلیِ شرکت‌کنندگان پژوهش، بیشترین توجه به ویژگی‌های شکل هندسی، تلاقی و گوشه است

Homepage: https://itt.cfu.ac.ir/

و سایر موارد موردتوجه قرار نگرفته‌اند. می‌توان در پژوهش‌های بعدی بررسی کرد که «آیا بهتر است دانشجومعلمان با کلیهٔ تعابیر تلفیقی زاویه مواجه شوند؟ یا اصلاً لازم است که با چنین تعریف‌هایی آشنا شوند؟ در صورت پاسخ مثبت چه ترکیب‌هایی و با چه ترتیبی باید برای دانشجومعلمان آموزش داده شود؟»

بنا به آنچه اشاره شد، با وجود اینکه، برخی از معلمان در ترسیم زاویه درست عمل می‌کنند اما یا تعریف دقیق و درستی از آن ندارند یا درک بسیاری از آن‌ها از این مفهوم به چند بعد محدود بوده و ازاین‌رو در طول تدریسشان، تصوری ناکامل برای دانش‌آموز ترسیم خواهند کرد. اگرچه، لزوماً قرار نیست کلیهٔ تعاریف و تعابیر زاویه در دورهٔ ابتدایی به‌صورت رسمی تدریس شوند، اما به نظر می‌رسد آگاهی معلم نسبت به آن‌ها ضروری است. عدم برخورداری از دیدی چندجانبه و کلی نسبت به این مفهوم می‌تواند به‌راحتی بستری را برای استفاده از مثال‌های نادرست یا آموزش اشتباه و درنتیجه ایجاد بدفهمی‌های متعدد در دانش‌آموزان فراهم کند. این یافته با نتایج سایر پژوهش‌ها (Keiser, 2004; Mithcelmore, 1998; Kilpatrick et al., 2002) در ارتباط با استفاده متنوع معلمان از تعابیر مختلف زاویه برای درک جنبه‌های مختلف آن هم‌خوانی دارد. از سویی، همان‌طور که نتایج جدول (۴) نشان می‌دهد، تنها ٪۴/۸۹ موارد به تعابیر پویای زاویه توجه شده است. کم‌توجهی به تعاریف پویای این مفهوم، علی‌رغم وجود مصداق‌هایی در پایهٔ چهارم سبب شده است معلمان به این بعد از مفهوم زاویه توجه معناداری نداشته باشند. این یافته با نتایج پژوهش‌های دیگر (Bütüner, 2021; Clausen-May, 2005) هم‌خوان است.

همان‌طور که ون هیلی (Teppo, 1991) در سطوح تفکر خود اشاره می‌کند، در دوره ابتدایی دانش‌آموزان نیاز به تجربه‌های متنوعی برای درک مفاهیم به‌جای حفظ نمودن آن‌ها دارند. Sarı et al. (2021) تأکید بیش‌ازاندازه بر به خاطر سپاری به‌جای درک مفهوم را، یکی از موانع اصلی موفقیت دانش‌آموزان در درک مفاهیم هندسی ازجمله زاویه می‌دانند. مسئله به‌خاطرسپاری مفهوم زاویه، به‌جای درک آن را، می‌توان به معلمان پژوهش حاضر تعمیم داد. به عبارتی، این احتمال وجود دارد که بسیاری از معلمان دورهٔ ابتدایی، تجربه‌های مناسب اشاره شده در سطح صفر و یک ون هیلی را سپری نکرده باشند. ازاین‌رو، لازم است چنین موضوعی در برنامه‌های درسی دانشجومعلمان و دوره‌های ضمن خدمت لحاظ شده و بسترهای مناسب آن فراهم شود. همان‌طور که Mitchelmore & White (2000) اشاره کردند، توجه به سیر تاریخی شکل‌گیری

این مفهوم در طراحی محتوای آموزش دانشجومعلمان و دانش‌آموزان می‌تواند مفید باشد. Fyhn (2008) پیشنهاد می‌دهد برای درک بهتر مفهوم زاویه در طراحی موقعیت‌های یادگیری از تجربه‌های واقعی استفاده شود. به‌عنوان‌مثال، استفاده از بازی‌های تعاملی، ترکیب فعالیت‌های هنری مانند نقاشی و کار با کاغذ، ساخت اشکال سه‌بعدی و ساخت مدل‌های هندسی می‌تواند کمک‌کننده باشد و با پیشنهاد Keiser (2004) برای درک بهتر مفاهیم ریاضی هم‌راستاست. چنانچه، این فعالیت‌ها همان‌گونه که Ellis et al (2024) ادعا کرده است همراه با فرصت‌های کافی گفت‌وشنود، مخالفت و پرسیدن باشد تا دانش‌آموزان به تحلیل و تفکر بیشتر درباره زاویه و ویژگی‌های آن تشویق شوند، شانس یادگیری عمیق این مفهوم افزایش می‌یابد. به‌علاوه، با فراهم‌آوردن چنین تجربه‌هایی، بستری برای کشف مشابهت‌ها، دسته‌بندی و انتزاع مفهوم فراهم می‌شود (Skemp, 1986). همچنین می‌توان به سلسله‌مراتب یادگیری مفهوم زاویه (Mitchelmore, 1998) شامل درک مفهوم زاویه در محیط، بافت و به‌صورت انتزاعی توجه نمود. پیشنهاد می‌شود باتوجه‌به سطوح یادگیری ون هیلی، فرصت‌های متعددی از دیدن زاویه در شکل‌های مختلف و تصاویر دوبعدی و سه‌بعدی فراهم شود. همچنین شروع شکل‌گیری این مفهوم با تعابیر محسوس‌تر آغاز و به‌تدریج به سمت تعابیر پیچیده‌تر هدایت شود. درنهایت، لازم است اساتید دانشگاه فرهنگیان و مدرسان دوره‌های ضمن خدمت نیز با تعابیر مختلف زاویه و ارتباط میان آن‌ها آشنا بوده تا در آموزش‌های خود درک عمیق و چندجانبه‌ای را برای دانشجومعلمان و معلمان فراهم آورند.

بخشی از دانش موضوعی معلمان از منابع غیررسمی به دست می‌آید که به دلیل پیچیدگی و گستردگی آن، در این پژوهش موردتوجه و بررسی قرار نگرفت. اگرچه، در پژوهش حاضر منابع غیررسمی نتوانستند منجر به شکل‌گیری صحیح تعریف زاویه شوند، اما می‌توان نقش آن‌ها را در ایجاد این بدفهمی‌ها موردبررسی قرار داد. پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های بعدی با استفاده از مصاحبه‌های عمیق منابع شکل‌گیری دانش معلمان و دانشجومعلمان شناسایی‌شده و با استفاده از تحلیل‌های گروه متخصصان، نتایج موردبررسی قرار گیرد و بر مبنای نتایج، الگوهایی برای بهبود عملکرد معلمان پیشنهاد شود. همچنین، جامعه و نمونهٔ پژوهش حاضر از استان تهران انتخاب شدند. این احتمال وجود دارد چنانچه این پژوهش، در سایر استان‌ها اجرا شود، نتایج متفاوتی حاصل شود. همچنین، به دلیل تدریس موضوع زاویه در پایه‌های سوم و چهارم، به‌طور خاص با معلمانی مصاحبه شد که در این پایه‌ها تدریس می‌کردند. ممکن است اگر نمونهٔ پژوهشی

Homepage: https://itt.cfu.ac.ir/

از کلیهٔ معلمان پایه‌های ابتدایی انتخاب شود، در نتایج به‌دست‌آمده تغییراتی ایجاد شود. اگرچه باتوجه‌به لزوم آشنایی با حداقل یک تعریف زاویه در پایه‌های سوم و چهارم پیش‌بینی می‌شود نتایج مربوط به معلمان سایر پایه‌ها، مشابه یافته‌های این پژوهش باشد. پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های بعدی این مؤلفه‌ها موردتوجه قرار گیرند.

چنانچه، هدف انجام پژوهش تعمیم‌یافته‌ها به موقعیت‌های دیگر باشد لازم است با حجم نمونه به‌دست‌آمده از فرمول‌های دقیق ریاضی محاسبه شود. همچنین، به‌جای استفاده از نمونه در دسترس، از نمونه تصادفی استفاده گردد. باتوجه‌به محدودیت‌های زمانی و مالی این پژوهش، تعداد اعضای نمونه به ۱۳۲ نفر محدود شد. پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های بعدی از تعداد مشارکت‌کنندگان بیشتری استفاده شود.

ملاحظات اخلاقی

پیروی از اصول اخلاق پژوهش

نویسندگان اصول اخلاقی را در انجام و انتشار این پژوهش علمی رعایت نموده‌اند و این موضوع مورد تأیید همه آن‌هاست.

مشارکت نویسندگان

این پژوهش توسط نویسنده اول طراحی، اجرا، تحلیل و نگارش شده است. نویسنده دوم در گردآوری و تحلیل داده‌ها و نویسنده سوم در تحلیل و نگارش پژوهش نقش داشته‌اند.

تعارض منافع

«هیچ‌گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است».

سپاسگزاری

از تمامی معلمان عزیزی که زمان خود را برای انجام این پژوهش صرف نموده‌اند، قدردانی می‌گردد.

ORCID

Sepideh Norouzi http://orcid.org/0000-0001-7528-6451
Zohre Pandi http://orcid.org/0009-0003-9181-7074
Mahdi Namdari Pejman http://orcid.org/0009-0001-8274-3582

منابع

دلاور، علی. (۱۳۹۸). *روش تحقیق در روانشناسی و علوم تربیتی*. تهران: نشر ویرایش.

داودی، خسرو، رستگار، آرش؛ ریحانی، ابراهیم، صفاری آذر، شفیقه، و عالمیان، وحید. (۱۳۹۹). *ریاضی چهارم دبستان. چاپ هفتم. وزارت آموزش و پرورش، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی.*

داودی، خسرو، رستگار، آرش؛ صفاری آذر، شفیقه، و عالمیان، وحید. (۱۳۹۹). *ریاضی سوم دبستان*. چاپ هشتم. وزارت آموزش و پرورش: سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی.

References

Abbena, E., Salamon, S., & Gray, A. (2017). *Modern differential geometry of curves and surfaces with Mathematica* (3rd ed.). Chapman and Hall/CRC.

Adoniou, M. (2013). Preparing teachers: The importance of connecting contexts in teacher education. *Australian Journal of Teacher Education, 38*(8), 47–60. https://doi.org/10.14221/ajte.2013v38n8.7

Alisherovna, M. N., & Tokhirjonkyzy, G. G. (2020). The professional development of teachers of primary education, improvement of the professional qualifications and skills. *Asian Journal of Multidimensional Research, 9*(3), 87–91.

Bustang, B., Zulkardi, Z., Darmawijoyo, D., Dolk, M., & Van Eerde, H. A. A. (2013). Developing a local instruction theory for learning the concept of angle through visual field activities and spatial representations. *International Education Studies, 6*(8), 58–70. https://doi.org/10.5539/ies.v6n8p58

Bütüner, S. Ö. (2021). The concept of angle in Turkish and Singaporean primary school mathematics textbooks: Dynamic or static? *International Online Journal of Primary Education, 10*(1), 89–105.

Çağlayan, K., & Çağlayan, M. (2013). A study of prospective middle school mathematics teachers' understanding of the angle concept. *International Journal of Science and Mathematics Education, 11*(1), 117–146. https://doi.org/10.1007/s10763-012-9345-7

Clausen-May, T. (2005). *Teaching maths to pupils with different learning styles*. Sage Publications.

Davey, G., & Pegg, J. (1991). Angles on angles: Students' perceptions. In *Proceedings of the 14th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. Perth, Australia.

Davoudi, K., Rastegar, A., Reyhani, E., Safari-Azar, S., & Alamian, V. (2020). *Fourth grade mathematics* (7th ed.). Ministry of Education, Educational Research and Planning Organization. [In Persian]

Davoudi, K., Rastegar, A., Safari-Azar, S., & Alamian, V. (2020). *Third grade mathematics* (7th ed.). Ministry of Education, Educational Research and Planning Organization. [In Persian]

Delavar, A. (2019). *Research methodology in psychology and educational sciences*. Virayesh. [In Persian]

Homepage: https://itt.cfu.ac.ir/

DeLuca, C. (2011). Interpretive validity theory: Mapping a methodology for validating educational assessments. *Educational Research, 53*(3), 303–320. https://doi.org/10.1080/00131881.2011.598659

Ellis, A., Paoletti, T., & Lockwood, E. (2024). Empirical and reflective abstraction. In *Piaget's genetic epistemology for mathematics education research* (pp. 169–208). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-47386-9_7

Fyhn, A. B. (2008). A climbing class' reinvention of angles. *Educational Studies in Mathematics, 67*(1), 19–35. https://doi.org/10.1007/s10649-007-9087-z

Habibi, A., Sarafrazi, A., & Izadyar, S. (2014). Delphi technique theoretical framework in qualitative research. *The International Journal of Engineering and Science, 3*(4), 8–13.

Hajar, Y., Suryadi, D., & Usdiyana, D. (2023). Learning obstacles of Islamic junior high school students on angle concepts. *International Journal of STEM Education for Sustainability, 3*(2), 268–285. https://doi.org/10.53889/ijses.v3i2.236

Harefa, D., Sarumaha, M., Telaumbanua, K., Telaumbanua, T., Laia, B., & Hulu, F. (2023). Relationship student learning interest to the learning outcomes of natural sciences. *International Journal of Educational Research & Social Sciences, 4*(2), 240–246. https://doi.org/10.51601/ijersc.v4i2.614

Henderson, D. W., & Taimina, D. (2005). *Experiencing geometry: Euclidean and non-Euclidean with history* (3rd ed.). Cornell University.

Hill, H. C., & Rowan, B. (2012). The impact of teacher knowledge on student learning of mathematics. *Journal of Educational Research, 105*(5), 271–279. https://doi.org/10.1080/00220671.2011.629790

Hill, H. C., Blunk, M. L., Charalambous, C. Y., Lewis, J. M., Phelps, G. C., Sleep, L., & Ball, D. L. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory study. *Cognition and Instruction, 26*(4), 430–511. https://doi.org/10.1080/07370000802177235

Hwang, W. Y., Hoang, A., & Tu, Y. H. (2020). Exploring authentic contexts with ubiquitous geometry to facilitate elementary school students' geometry learning. *The Asia-Pacific Education Researcher, 29*, 269–283. https://doi.org/10.1007/s40299-019-00479-9

Isroani, F., Jaafar, N., & Muflihaini, M. (2022). Effectiveness of e-learning learning to improve student learning outcomes at Madrasah Aliyah. *International Journal of Science Education and Cultural Studies, 1*(1), 42–51. https://doi.org/10.58291/ijsecs.v1i1.26

Jablonski, S., & Ludwig, M. (2023). Teaching and learning of geometry: A literature review on current developments in theory and practice. *Education Sciences, 13*(7), Article 682. https://doi.org/10.3390/educsci13070682

Keiser, J. M. (2004). Struggles with developing the concept of angle: Comparing sixth-grade students' discourse to the history of the angle concept. *Mathematical Thinking and Learning, 6*(3), 285–306. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0603_2

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2002). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press. https://doi.org/10.17226/9822

Lindquist, M. M., & Clements, D. H. (2001). Geometry must be vital. *Teaching Children Mathematics, 7*(7), 409–415.
Maxwell, J. A. (2012). *A realist approach for qualitative research*. Sage.
Milow, D. (2019). Why and how to implement a digital measuring tool that supports the rotational angle aspect. *Electronic Journal of Mathematics & Technology, 13*(2), 1–9.
Mitchelmore, M. C. (1998). Young students' concepts of turning and angle. *Cognition and Instruction, 16*(3), 265–284. https://doi.org/10.1207/s1532690xci1603_2
Mitchelmore, M. C., & White, P. (2000). Development of angle concepts by progressive abstraction and generalisation. *Educational Studies in Mathematics, 41*(3), 209–238. https://doi.org/10.1023/A:1003927811079
Mitchelmore, M., & White, P. (1998). Development of angle concepts: A framework for research. *Mathematics Education Research Journal, 10*(3), 4–27. https://doi.org/10.1007/BF03217055
Moore-Russo, D., Conner, A., & Rugg, K. I. (2011). Can slope be negative in 3-space? Studying concept image of slope through collective definition construction. *Educational Studies in Mathematics, 76*, 3–21. https://doi.org/10.1007/s10649-010-9277-y
Muhtadi, D., & Saleh, H. (2020). The role of progressive mathematics in geometry learning. *Journal of Physics: Conference Series, 1613*(1), Article 012042. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1613/1/012042
Mukuka, A., Balimuttajjo, S., & Mutarutinya, V. (2023). Teacher efforts towards the development of students' mathematical reasoning skills. *Heliyon, 9*(4), Article e14789. https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e14789
Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L., & Fishbein, B. (2020). *TIMSS 2019 international results in mathematics and science*. TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College. https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/international-results
Neuman, W. L. (2013). *Social research methods: Qualitative and quantitative approaches* (7th ed.). Pearson Education.
Nisa, L. C., & Mariani, S. (2021). Developing mathematical conceptual understanding through problem-solving: The role of abstraction reflective. In *6th International Conference on Science, Education and Technology (ISET 2020)* (pp. 38–42). Atlantis Press. https://doi.org/10.2991/assehr.k.210805.007
O'Connor, C., & Joffe, H. (2020). Intercoder reliability in qualitative research: Debates and practical guidelines. *International Journal of Qualitative Methods, 19*, 1–13. https://doi.org/10.1177/1609406919899220
Odumosu, O., & Fisayi, A. (2018). Teachers' content and pedagogical knowledge on students' achievement in algebra. *International Journal of Education and Research, 6*(3), 83–94.
Ohle, A. (2010). *Primary school teachers' content knowledge in physics and its impact on teaching and students' achievement* (Vol. 110). Logos Verlag Berlin.

Homepage: https://itt.cfu.ac.ir/

Özerem, A. (2012). Misconceptions in geometry and suggested solutions for seventh grade students. *Procedia - Social and Behavioral Sciences, 55*, 720–729. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.09.557

Park, K. S. (2015). A comparative study on teaching contents for angle and measure of an angle in elementary mathematics textbook between Korea and Japan. *The Korea Society of Educational Studies in Mathematics, 17*(1), 35–46.

Sadler, P. M., Sonnert, G., Coyle, H. P., Cook-Smith, N., & Miller, J. L. (2013). The influence of teachers' knowledge on student learning in middle school physical science classrooms. *American Educational Research Journal, 50*(5), 1020–1049. https://doi.org/10.3102/0002831213477680

Sarı, M. H., Tertemiz, N., & Demirci, N. (2021). A study on 5th grade students' achievement levels and misconceptions in the concept of angle. *International Journal of Progressive Education, 17*(1), 338–356. https://doi.org/10.29329/ijpe.2021.329.22

Sinclair, N., & Bruce, C. D. (2015). New opportunities in geometry education at the primary school. *ZDM Mathematics Education, 47*(3), 319–329. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0693-4

Skemp, R. R. (1986). *The psychology of learning mathematics* (2nd ed.). Routledge.

Taheri, B., & Okumus, F. (2024). Conducting mixed methods research. *International Journal of Contemporary Hospitality Management, 36*(3), 995–1004. https://doi.org/10.1108/IJCHM-09-2023-0952

Teppo, A. (1991). Van Hiele levels of geometric thought revisited. *The Mathematics Teacher, 84*(3), 210–221.

Warren, L. L. (2021). The importance of teacher leadership skills in the classroom. *Education Journal, 10*(1), 8–15. https://doi.org/10.11648/j.edu.20211001.12

Wu, H., Lee, J. W. M., & Ng, K. H. (2013). Teachers' content knowledge of angle and shapes. *International Journal of Science and Mathematics Education, 11*(3), 515–535. https://doi.org/10.1007/s10763-012-9361-7

Yazgan, G., Argün, Z., & Emre, E. (2009). Teacher sceneries related to "Angle Concept": Turkey case. *Procedia - Social and Behavioral Sciences, 1*(1), 285–290. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2009.01.052

Yengin Sarpkaya, P., & Altun, B. (2021). Professional Qualification Scale for Pre-Service Teachers. *Online Submission, 12*(1), 104–123.